A rugalmas nyújtás törvényei

Ha egy testre két ellentétes irányú, azonos nagyságú közös hatásvonalú erő hat, akkor a test megnyúlik. A továbbiakban csak homogén és mindenütt azonos keresztmetszetű rúd vagy huzal rugalmas nyújtásával foglalkozunk.

Nyújtásnál a megnyúlás ismerete önmagában nem elegendő az alakváltozás mértékének jellemzéséhez. Egy drótkötél 1 mm-es megnyúlása például nagynak számít, ha az eredeti hosszúság 1 méter volt, de elhanyagolhatóan kicsi, ha egy drótkötélpálya 1 kilométeres köteléről van szó. A nyújtáskor bekövetkező alakváltozást ezért a relatív megnyúlással jellemezzük. *Relatív megnyúlásnak nevezzük a megnyúlás és az eredeti hosszúság hányadosaként értelmezett fizikai mennyiséget.* Jele ε (epszilon, görög betű). Ennek megfelelően:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}\,.$$

A relatív megnyúlás SI-mértékegysége:

$$[\varepsilon] = \frac{[\Delta l]}{[l]} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}} = 1\,.$$

Az előzőkben említett drótkötelek relatív megnyúlásai 0,001, illetve 0,000 001.

A testre ható erő nagyságának ismerete többnyire kevés az alakváltoztató hatás nagyságának megítéléséhez. Például egy 500 N nagyságú erő egy 1 mm^2 keresztmetszetű rézhuzalt elszakít, de egy ugyanilyen anyagú, 1 cm^2 keresztmetszetű, 1 m hosszú rúdon csupán 0,04 mm megnyúlást okoz. Az alakváltoztató hatást ezért általában a rugalmas feszültséggel jellemezzük. (Ha a rugalmas feszültség nem téveszthető össze az elektromos fesztültséggel, akkor mindkettőt röviden csak feszültségnek nevezzük.) *Rugalmas feszültségnek nevezzük az alakváltozást okozó erő nagyságának és a test keresztmetszetének a hányadosaként értelmezett fizikai mennyiséget.* Jele σ (szigma, görög betű). Ennek megfelelően:

$$\sigma = \frac{F}{A}\,.$$

A rugalmas feszültség SI-mértékegysége:

$$[\sigma] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{pascal} = \mathrm{Pa}.$$

A feszültség gyakorlatban használt további egységei a kilopascal (kPa), megapasal (MPa) és a gigapascal (GPa).

Az előző példában említett rézhuzaloknál például a feszültségek értéke:

$$\sigma_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{500\ \mathrm{N}}{10^{-6}\ \mathrm{m}^2} = 500 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa} = 500\ \mathrm{MPa}.$$

$$\sigma_2 = \frac{F}{A_2} = \frac{500\ \mathrm{N}}{10^{-4}\ \mathrm{m}^2} = 5 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa} = 5\ \mathrm{MPa}.$$

Különböző méretű, de azonos anyagú, rézből készült huzalokat megnyújtva megmértük, hogy különböző feszültségeknél mekkora a relatív megnyúlás. A mért értékeket az alábbi táblázat tartalmazza, ebben feltüntettük a feszültség és a relatív megnyúlás hányadosát is.

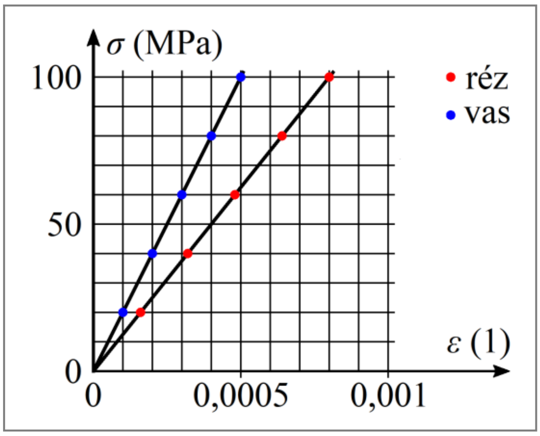
σ (MPa)	20	40	60	80	100
ε (1)	0,000 16	0,000 32	0,000 48	0,000 64	0,000 80
$\frac{\sigma}{\varepsilon}$ (MPa)	125 000	125 000	125 000	125 000	125 000

A mérések szerint a feszültség és relatív megnyúlás hányadosa állandó, tehát a két mennyiség egyenesen arányos egymással. Ugyanilyen méréseket azonos anyagú vashuzalokkal elvégezve a következő eredményeket kaptuk:

σ (MPa)	20	40	60	80	100
ε (1)	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005
$\frac{\sigma}{\varepsilon}$ (MPa)	200 000	200 000	200 000	200 000	200 000

A feszültség és relatív megnyúlás hányadosa itt is állandó, tehát a két mennyiség egyenesen arányos egymással. A vasnál kapott hányados értéke azonban eltér a réznél kapott értéktől.

Ha ezt a méréssorozatot más anyagokkal is elvégezzük, akkor hasonló eredményhez jutunk. *Rugalmas alakváltozásnál a feszültség és a relatív megnyúlás egyenesen arányos egymással, a hányadosuk minden esetben a vizsgált anyagra jellemző állandó. Ezt a hányadost az adott anyag rugalmassági modulusának nevezzük.* Jele E, képlettel:



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}.$$

A rugalmassági modulus SI-mértékegysége:

$$[E] = \frac{[\sigma]}{[\varepsilon]} = \frac{\mathrm{Pa}}{1} = \mathrm{Pa}.$$

A rugalmassági modulus további mértékegységei a kPa, a MPa és a GPa.

A rugalmas nyújtás következtében létrejövő megnyúlás közvetlen kiszámításához alakítsuk át a rugalmassági modulusra vonatkozó összefüggést!

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l}} = \frac{F}{A} \cdot \frac{l}{\Delta l}.$$

Ebből a megnyúlás:

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}.$$

Eszerint *rugalmas nyújtásnál a megnyúlás egyenesen arányos az erővel és a test eredeti hosszúságával, fordítottan arányos a keresztmetszetével, valamint függ a test anyagától.* Ezt az összefüggést a nyújtásra vonatkozó *Hooke-törvénynek* nevezzük.

A rugalmas összenyomásnál is érvényes Hooke-törvénye, azaz a rúd megrövidülése:

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}.$$

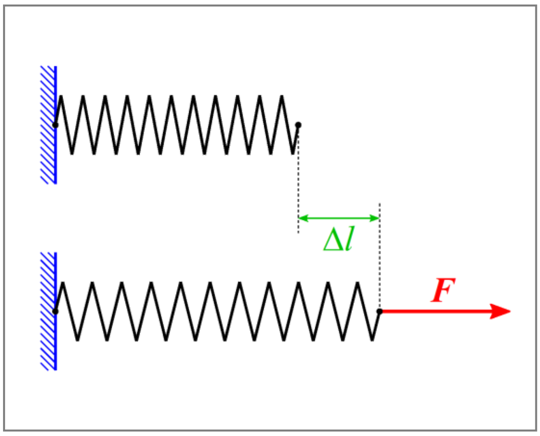
Az összefüggésben ugyanaz az E együttható szerepel, mint a nyújtásnál: a rúd anyagának rugalmassági modulusa.

Összenyomás esetében a rugalmas feszültséget nyomásnak nevezzük. A nyomás jele p, így

$$p = \sigma = \frac{F}{A}.$$

A nyomás SI-mértékegysége megegyezik a feszültség mértékegységével:

$$[p] = [\sigma] = \mathrm{Pa}.$$



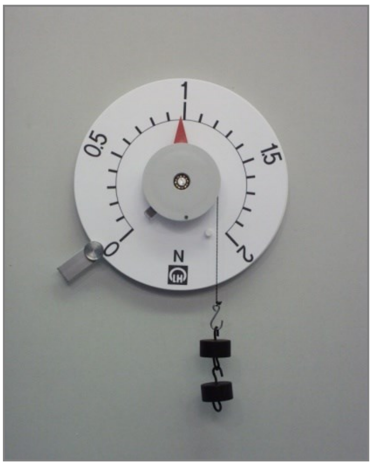
Bár egy csavarrugó nyújtásakor vagy összenyomásakor a rugó alakváltozása összetett alakváltozás, de a tapasztalatok szerint az erő és a hosszúságváltozás ebben az esetben is egyenesen arányos egymással, így hányadosuk állandó. *Rugalmas nyújtásnál vagy összenyomásnál a testre ható erő nagyságának és a hosszúságváltozásnak a hányadosát a test rugóállandójának nevezzük.* Jele D, képlettel:

$$D = \frac{F}{\Delta l}.$$

A rugóállandó SI-mértékegysége:

$$[D] = \frac{[F]}{[\Delta l]} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}.$$

Mivel rugalmas nyújtásnál a hosszúságváltozás egyenesen arányos az erővel, ezért a hosszúságváltozás mértékéből következtetni lehet az erő nagyságára. A rugós erőmérő skáláján a beosztások mellett az adott megnyúláshoz tartozó erő nagyságát tüntetik fel.



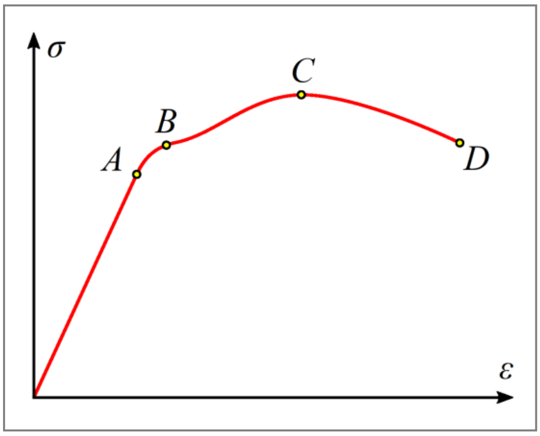
Kiegészítések

1. Blaise *Pascal* (1623–1662) francia fizikus, matematikus volt. Fizikusként a légnyomással, illetve a folyadékok nyomásával foglalkozott. 1642-ben mechanikus számológépet szerkesztett nyolcjegyű számok összeadására és kivonására. Róla nevezték el a nyomás és a rugalmas feszültség SI-mértékegységét.

2. Robert Hook (1635–1703) angol fizikus és kémikus volt. Több mérőeszközt készített, illetve tökéletesített. A rugalmasságra vonatkozó törvényét 1675-ben ismerte fel, de csak 1678-ban tette közzé.

3. A rugalmassági modulust *nyújtási modulusnak* vagy *Young-féle modulusnak* nevezzük. Thomas *Young* (1773–1829) angol fizikus és orvos volt, aki 1807-ben több anyag rugalmassági modulusát is megmérte. Young egyiptológusként 1814-ben felismert néhány királynevet egy óegyiptomi szövegben, és ez a felismerés vezetett el 1822-ben a *hieroglifák* megfejtéséhez (Jean-François *Champollion*, 1790–1832).

4. Az anyagvizsgálatnál a nyújtóerőt addig növelik, amíg a rúd vagy huzal elszakad, és eközben mérik a relatív megnyúlást. A képen egy ilyen mérés feszültség–relatív megnyúlás grafikonja a látható. A grafikonon az *A*-val jelölt pont az *arányossági határ*, ez a Hooke-törvény érvényességének határa. A *rugalmasság határát* a *B* pont, a *szilárdsági határt* a *C* pont jelöli. A *B* és *C* közötti szakaszon az alakváltozás maradandó, az iparban ezt a tartományt használják az anyagok képlékeny alakításánál (például kovácsolás, húzás, préselés, hengerlés). A *C* ponthoz tartozó feszültséget az anyag *szakítószilárdságának* nevezzük. Ha a testet ennél tovább nyújtjuk, akkor a test keresztmetszete hirtelen csökkenni kezd és végül a *D*-vel jelölt *szakadási pontnál*



elszakad. (A rugalmas feszültséget itt a műszaki gyakorlatban megszokott módon az erő és a kezdeti keresztmetszet hányadosaként számítottuk.)

5. Néhány anyag rugalmassági modulusát és szakítószilárdságát az alábbi táblázat tartalmazza.

Anyag	E (GPa)	Szakítószilárdság (MPa)
Acél	215	370 ... 1860
Alumínium	69	120 ... 310
Arany	79	265
Ezüst	78	284
Ólom	17	17 ... 22
Réz	125	390 ... 450
Vas	200	370 ...630
Volfrám	353	4100 ... 6900

6. A rugók rugóállandója többnyire csak méréssel határozható meg. Egy huzal vagy rúd rugóállandója azonban a rugalmassági modulus és a test méreteinek ismeretében számítással is meghatározható. A Hooke-törvény alapján ugyanis:

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}.$$

Ebből

$$\frac{F}{\Delta l} = \frac{E \cdot A}{l}.$$

A rugóállandó definícióját felhasználva tehát a huzal vagy rúd rugóállandója:

$$D = \frac{E \cdot A}{l}.$$

Képek jegyzéke

Jelmagyarázat:

© **Jogvédett anyag**, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A ***Wikimedia Commons***-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.