

| | | | | | | |
|---|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|----------------|---|
| ◀ | <i>Tartalom</i> | <i>Fogalmak</i> | <i>Törvények</i> | <i>Képletek</i> | <i>Lexikon</i> | ▶ |
|---|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|----------------|---|

Hajítások

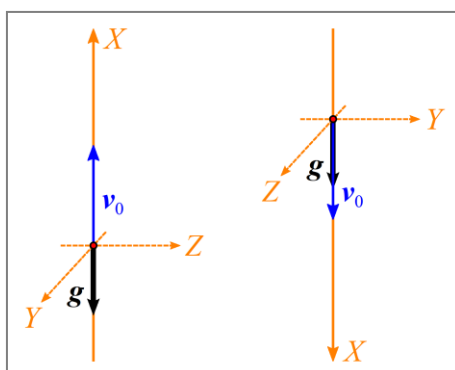
Hajításnak nevezzük az olyan mozgást, amelynél a Föld (vagy valamely más égitest) felszínének közelében leeső pontszerű testnek van kezdősebessége. A hajítás mindig két mozgás összegének tekinthető: a test egyrészt a kezdősebességtől függő irányban egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, a mozgás függőleges összetevője pedig egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás. Hajítás például a kilőtt lövedék mozgása vagy a szökőkútból kilövellő vízcseppek mozgása. A hajítások a kezdősebesség irányától függően osztályozhatók: *függőleges hajítás*, *vízszintes hajítás*, *ferde hajítás*.



Függőleges hajítás

A **függőleges hajítás** kezdősebessége függőleges. A test ilyenkor egyrészt egyenes vonalú egyenletes mozgást végez a kezdősebességtől függően felfelé vagy lefelé, másrészt egyenes vonalú egyenletesen változó mozgással esik lefelé. E két mozgás összegeként a *függőleges hajítás egy függőleges pályán végbemenő, egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás*.

A mozgás leírásához vegyünk fel egy koordináta-rendszert úgy, hogy az origó a test kiindulási ($t = 0$ időponthoz tartozó) helyzeténél legyen és az X tengely a kezdősebesség irányába mutasson! Mivel a g nehézségi gyorsulás is függőleges, ezért a test végig az X tengely mentén mozog, azaz az Y és a Z koordináta folyamatosan nulla marad. (Emiatt az Y és a Z koordinátával, továbbá a sebesség és a gyorsulás Y és a Z irányú összetevőjével az egyenes vonalú mozgásoknál leírtaknak megfelelően nem foglalkozunk. A továbbiakban az egyszerűség kedvéért a nehézségi gyorsulás X irányú összetevőjét g_x helyett g -vel jelöljük.)



Mivel a függőleges hajítás egyenes vonalú, egyenletesen változó mozgás, ezért a test gyorsulása, sebessége, illetve elmozdulása a már megismert módon függ az időtől:

$$a = g = \text{állandó}, \quad (1)$$

$$v = v_0 + g \cdot t, \quad (2)$$

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2. \quad (3)$$

Mivel a koordináta-rendszer X tengelye a kezdősebesség irányába mutat, a fenti képletekben a nehézségi gyorsulás függőleges összetevőjének előjele a kezdősebesség irányától függ. Felfelé történő hajításnál az X tengely felfelé mutat, a nehézségi gyorsulás ezzel ellentétes irányú, így g negatív (a Földön $g = -9,81 \text{ m/s}^2$). Lefelé történő hajításnál az X tengely lefelé mutat. A nehézségi gyorsulás ugyanilyen irányú, ezért g pozitív (a Földön $g = 9,81 \text{ m/s}^2$).

Függőleges hajítás felfelé

Felfelé történő hajításnál a test először emelkedik, majd a maximális magasság elérése után mindaddig süllyed, amíg el nem éri a talajt (vagy bele nem ütközik valamibe). Előfordulhat (ha például az indulási hely a talajszint felett volt), hogy a test a kiindulási szint alá kerül, azaz az X koordinátája negatívvá válik.

A hajítás magassága a kiindulási pont és a pálya tetőpontja közti h szintkülönbség. A test addig emelkedik, amíg a sebesség 0 nem lesz. Ha az emelkedés időtartamát t_e jelöli, akkor (2) alapján:

$$0 = v_0 + g \cdot t_e.$$

Ebből az emelkedés időtartama:

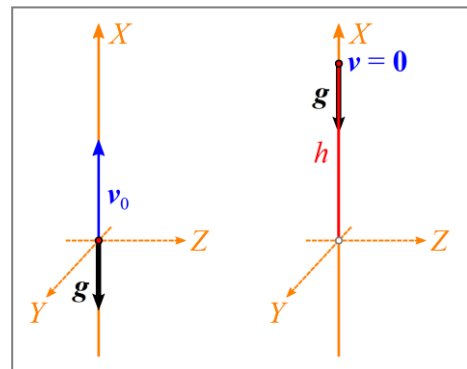
$$t_e = -\frac{v_0}{g}.$$

Ezt a (3) egyenletbe helyettesítve:

$$h = \Delta x = v_0 \cdot t_e + \frac{g}{2} \cdot t_e^2 = -v_0 \cdot \frac{v_0}{g} + \frac{g}{2} \cdot \left(-\frac{v_0}{g}\right)^2 = -\frac{v_0^2}{g} + \frac{v_0^2}{2g} = -\frac{v_0^2}{2g}.$$

Eszerint a hajítás magassága:

$$h = -\frac{v_0^2}{2g}.$$



A *visszaérkezés időtartama* az a t_v időtartam, amely alatt test újra visszaér a kiindulási pontba. Az elmozdulásra vonatkozó (3) összefüggés alapján:

$$0 = v_0 \cdot t_v + \frac{g}{2} \cdot t_v^2.$$

Mivel $t_v > 0$, az egyenlet mindkét oldalát eloszthatjuk vele:

$$0 = v_0 + \frac{g}{2} \cdot t_v.$$

Ebből a *visszaérkezés időtartama*:

$$t_v = -\frac{2 \cdot v_0}{g}.$$

A *visszaérkezés sebessége* az a v_v sebesség, amellyel a test visszaérkezik a kiindulási szintre. A visszaérkezés időtartamára kapott kifejezést a (2) egyenletbe helyettesítve:

$$v_v = v_0 + g \cdot t_v = v_0 - g \cdot \frac{2 \cdot v_0}{g} = -v_0,$$

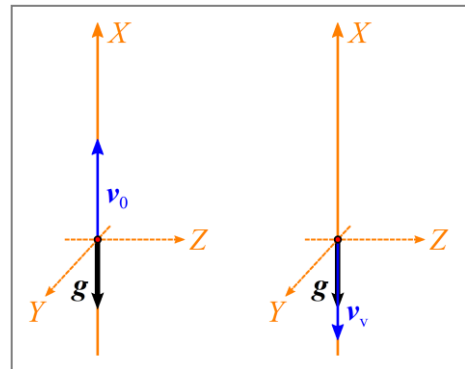
azaz a *visszaérkezés sebessége*:

$$v_v = -v_0.$$

Eszerint a visszaérkező test sebessége ugyanakkora, mint a kezdősebesség, de azzal ellentétes irányú.

Függőleges hajítás lefelé

Lefelé történő hajításnál a test mindaddig süllyed, amíg el nem éri a talajt vagy bele nem ütközik valamibe. A mozgás során a test végig a kiindulási szint alatt van, ezért az X koordinátája mindvégig pozitív. (Ne feledjük, hogy az X tengely lefelé történő hajításnál lefelé mutat.)



A *leérkezési idő* az a t_{le} időtartam, amely alatt a test leérkezik a talajra. Ha az indulási pont h magasságban van a talaj felett, akkor a talajra érkezéskor a (3) alapján:

$$h = \Delta x = v_0 \cdot t_{le} + \frac{g}{2} \cdot t_{le}^2.$$

Ennek a másodfokú egyenletnek egyetlen pozitív megoldása van, így a *leérkezési idő*:

$$t_{le} = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}}{g}.$$

A *leérkezés sebessége* az a v_{le} sebesség, amellyel a talaj felett h magasságban levő pontból ledobott test eléri a talajt. A leérkezési időre előzőleg kapott kifejezést a (2) egyenletbe helyettesítve:

$$v_{le} = v_0 + g \cdot t_{le} = v_0 + g \cdot \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}}{g} = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}.$$

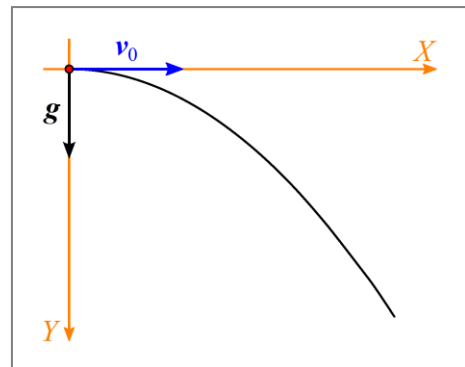
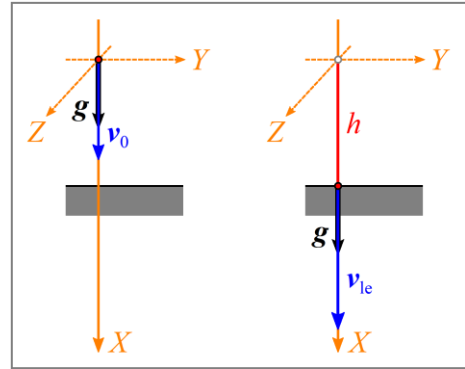
Eszerint a *leérkezési sebesség*:

$$v_{le} = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}.$$

Vízszintes hajítás

A *vízszintes hajítás* kezdősebessége vízszintes. A test emiatt vízszintesen egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, másrészt egyenes vonalú egyenletesen változó mozgással esik lefelé. A két mozgás eredményeként a test egy függőleges síkban fekvő, görbe vonalú pályán mozog.

A mozgást célszerű egy olyan koordináta-rendszerben leírni, amelynek kezdőpontja a test kiindulási ($t = 0$ időponthoz tartozó) helyzeténél van, az X tengelye a kezdősebesség irányába, az Y tengelye pedig függőlegesen lefelé mutat. (Mivel a test végig az XY síkban mozog, a test Z koordinátája folyamatosan nulla, így ezzel, valamint az elmozdulás, a sebesség és a gyorsulás Z irányú összetevőjével a nem foglalkozunk.)



A mozgás vízszintes összetevője egyenes vonalú egyenletes mozgás, ezért a test X irányú gyorsulása, sebessége és elmozdulása a következőképpen függ az időtől:

$$a_x = 0,$$

$$v_x = v_0 = \text{állandó},$$

$$\Delta x = v_0 \cdot t.$$

A mozgás függőleges összetevője szabadesés, ezért a test Y irányú gyorsulása, sebessége és elmozdulása a következőképpen függ az időtől:

$$a_y = g = \text{állandó},$$

$$v_y = g \cdot t,$$

$$\Delta y = \frac{g}{2} \cdot t^2.$$

Láttuk, hogy két mozgás összegződésekor a gyorsulások, sebességek és elmozdulások vektoriálisan összeadódnak, ezért vízszintes hajtásnál a gyorsulás, a sebesség és az elmozdulás nagysága:

$$a = a_y = g,$$

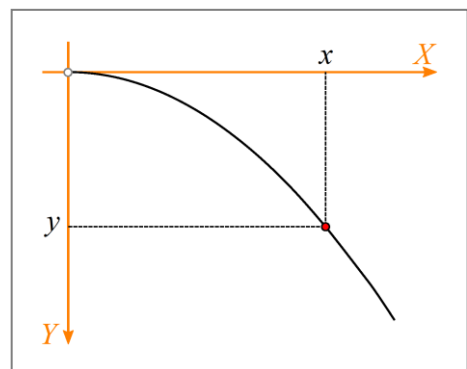
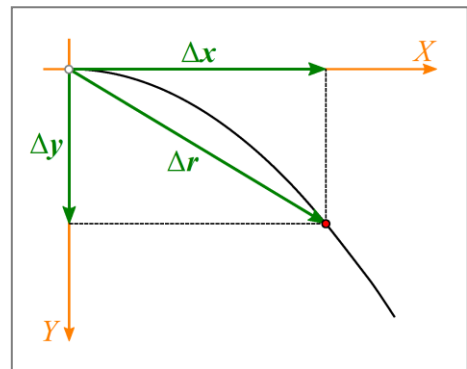
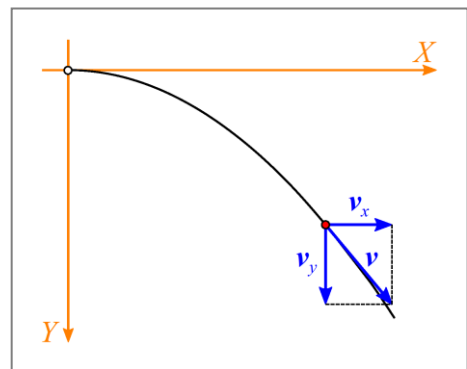
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2},$$

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}.$$

A mozgás pályájának meghatározásánál vegyük figyelembe, hogy olyan koordináta-rendszert használunk, amelynek kezdőpontja a test kiindulási helyzeténél van. Emiatt az X , illetve Y irányú elmozdulás egyúttal megegyezik a test X , illetve Y koordinátájával, így

$$x = v_0 \cdot t,$$

$$y = \frac{g}{2} \cdot t^2.$$



Az első egyenletből az időt kifejezve:

$$t = \frac{x}{v_0}.$$

Ezt a másodikba helyettesítve:

$$y = \frac{g}{2} \cdot t^2 = \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = \frac{g}{2 \cdot v_0^2} \cdot x^2,$$

azaz

$$y = \frac{g}{2 \cdot v_0^2} \cdot x^2. \quad (4)$$

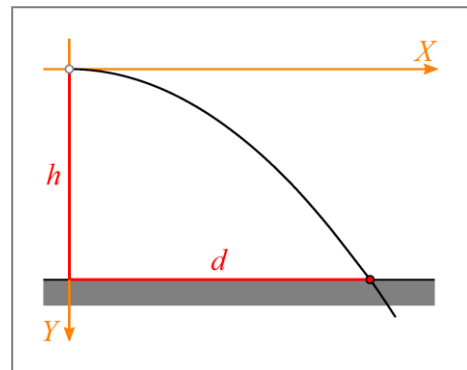
A jobb oldalon az x^2 együtthatója állandó, ezt az értéket c -vel jelölve a pálya egyenlete:

$$y = c \cdot x^2.$$

Az ilyen alakban megadható függvények képe olyan parabola, amelynek tengelypontja az origóban van, és szimmetriatengelye az Y tengely. Eszerint a vízszintes hajításnál a pálya egy függőleges tengelyű parabola. A test a parabola tengelypontjából indul, és mindaddig a parabola mentén mozog, amíg el nem éri a talajt, vagy bele nem ütközik valamibe.

A hajítás távolsága az a d távolság, amelyet a vízszintes talaj feletti pontból induló test vízszintesen megtesz a talajra érkezésig. Ha az indulási hely h magasságban van a talaj felett, akkor a talajra érkezéskor $y = h$, így az (4) alapján:

$$h = \frac{g}{2 \cdot v_0^2} \cdot d^2.$$

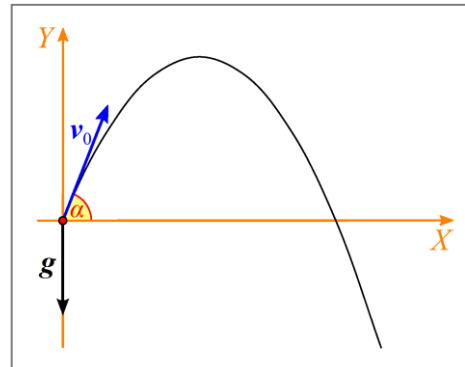


Ennek a másodfokú egyenletnek egyetlen pozitív megoldása van:

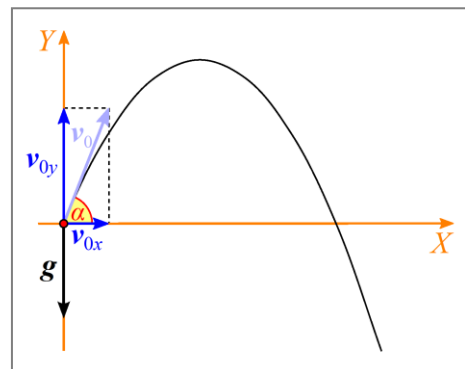
$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \cdot v_0.$$

Ferde hajítás

Ferde hajítás akkor jön létre, ha a test kezdősebessége nem vízszintes és nem is függőleges. A ferde hajítás két mozgás összegének tekinthető: a test vízszintesen egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, a mozgás függőleges összetevője pedig egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás. A két mozgás eredményeként a test egy függőleges síkban fekvő, görbe vonalú pályán mozog.



A v_0 kezdősebesség felbontható egy vízszintes és egy függőleges összetevőre. A mozgást célszerű egy olyan koordináta-rendszerben leírni, amelynek kezdőpontja a test kiindulási ($t = 0$ időponthoz tartozó) helyzeténél van, az X tengelye a kezdősebesség vízszintes összetevőjének irányába, Y tengelye pedig függőlegesen felfelé mutat. (Mivel a test végig az XY síkban mozog, a test Z koordinátája folyamatosan nulla, így ezzel, valamint az elmozdulás, a sebesség és a gyorsulás Z irányú összetevőjével a továbbiakban nem foglalkozunk. A függőleges hajításhoz hasonlóan a nehézségi gyorsulás Y irányú összetevőjét g_y helyett most is g -vel jelöljük.)



A kezdősebességnek az X tengellyel bezárt forgásszögét a továbbiakban α jelöli. A kezdősebesség X és Y irányú összetevője a kezdősebesség nagyságával és az α szöggel felírva:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha ,$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha .$$

A mozgás vízszintes összetevője egyenes vonalú egyenletes mozgás, ezért a test X irányú gyorsulása, sebessége és elmozdulása a következőképpen függ az időtől:

$$a_x = 0 ,$$

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha = \text{állandó} , \tag{5}$$

$$\Delta x = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha . \tag{6}$$

A mozgás függőleges összetevője egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás, ezért a test Y irányú gyorsulása, sebessége és elmozdulása a következőképpen függ az időtől:

$$a_y = g = \text{állandó} ,$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha + g \cdot t , \quad (7)$$

$$\Delta y = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha + \frac{g}{2} \cdot t^2 . \quad (8)$$

Ne feledjük, hogy ilyen koordinátarendszert használva g negatív (a Földön $g = -9,81 \text{ m/s}^2$).

Láttuk, hogy két mozgás összegződésekor a gyorsulások, sebességek és elmozdulások vektoriálisan összeadódnak, ezért *ferde hajításnál a gyorsulás, a sebesség és az elmozdulás nagysága:*

$$a = a_y = g ,$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} ,$$

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} .$$

A mozgás pályájának meghatározásánál vegyük figyelembe, hogy a koordináta-rendszer kezdőpontja a test kiindulási helyzeténél van, így az X , illetve Y irányú elmozdulás egyúttal megegyezik a test X , illetve Y koordinátájával. Ennek megfelelően:

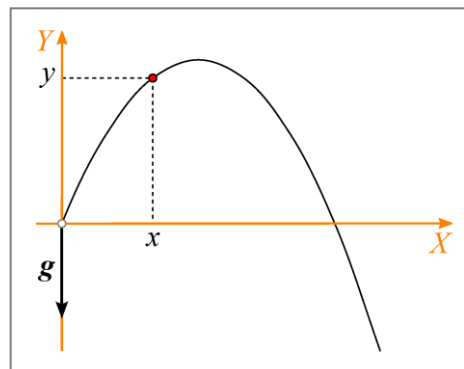
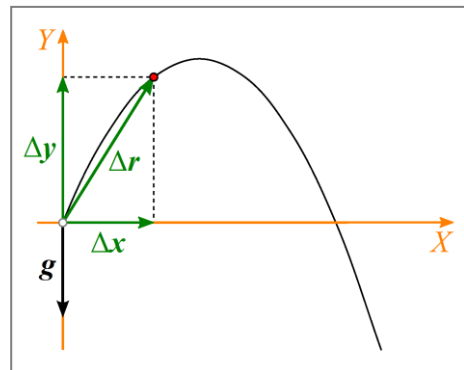
$$x = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha ,$$

$$y = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha + \frac{g}{2} \cdot t^2 .$$

Az első egyenletből kifejezve a t időt:

$$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} .$$

Ezt a második egyenletbe helyettesítve:



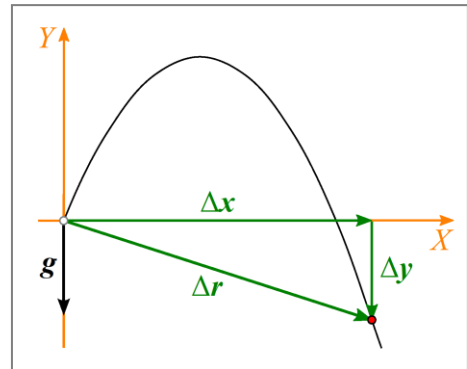
$$y = v_0 \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \cdot \sin \alpha + \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2,$$

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2. \quad (9)$$

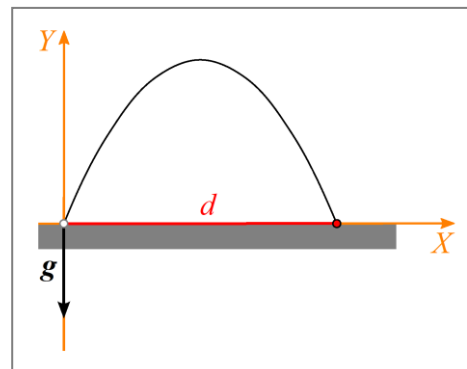
A kapott összefüggés szerint az y az x másodfokú függvénye, ezért a *ferde hajítás pályája egy olyan parabola, amelynek szimmetriatengelye függőleges.*

Ferde hajítás felfelé

Ha $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, akkor a test először emelkedik, majd a maximális magasság elérése után mindaddig süllyed, amíg el nem éri a talajt (vagy bele nem ütközik valamibe). Ha a talaj nem vízszintes, akkor előfordulhat, hogy a test a kiindulási szint alá kerül, azaz az Y koordinátája negatívvá válik.



Ha a test a vízszintes talajról indul, akkor a *hajítás távolsága* az a d távolság, amelyet a test vízszintesen megtesz addig, amíg újra visszaér a kiindulási szintre ($y = 0$). Ha az ehhez szükséges időtartamot t_v jelöli, akkor a (9) alapján:



$$0 = v_0 \cdot t_v \cdot \sin \alpha + \frac{g}{2} \cdot t_v^2.$$

Mivel $t_v > 0$, mindkét oldalt eloszthatjuk vele:

$$0 = v_0 \cdot \sin \alpha + \frac{g}{2} \cdot t_v.$$

Ebből a *visszaérkezés időtartama*:

$$t_v = -\frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g}.$$

Ezt a (6) egyenletbe helyettesítve:

$$d = v_0 \cdot t_v \cdot \cos \alpha = -v_0 \cdot \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \cdot \cos \alpha = -\frac{v_0^2 \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = -\frac{v_0^2 \cdot \sin 2 \cdot \alpha}{g}.$$

Eszerint a *hajítás távolsága* (ha a test a vízszintes talajról indul):

$$d = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2 \cdot \alpha}{g}.$$

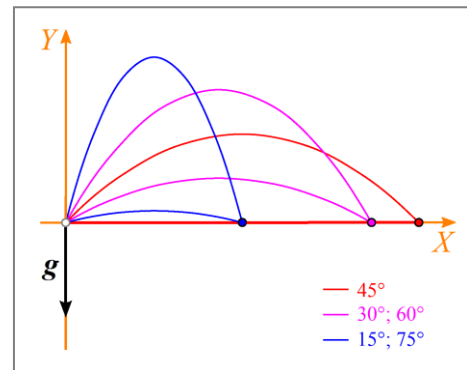
Adott v_0 és g esetén a hajítás távolsága az α szögtől függ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). A távolság akkor lesz a legnagyobb, ha a képletben a szinuszfüggvény a maximális értéket veszi fel, azaz

$$\sin 2 \cdot \alpha = 1$$

$$2 \cdot \alpha = 90^\circ,$$

$$\alpha = 45^\circ.$$

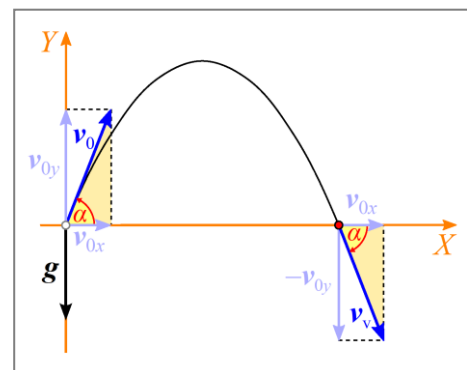
Eszerint adott kezdősebesség és nehézségi gyorsulás mellett (ha a test a vízszintes talajról indul) a hajítás távolsága 45° -os kezdősebességnél a legnagyobb.



A *visszaérkezés sebessége* az a v_v sebesség, amellyel a test visszaérkezik a kiindulási szintre. A sebesség X irányú összetevője az (5) szerint állandó, ezért

$$v_{vx} = v_{0x}.$$

A visszaérkezés időtartamára kapott kifejezést a (7) egyenletbe helyettesítve:



$$v_{vy} = v_0 \cdot \sin \alpha + g \cdot t_v = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = -v_0 \cdot \sin \alpha = -v_{0y},$$

azaz

$$v_{vy} = -v_{0y}.$$

A sebesség X irányú összetevője nem változik, az Y irányú összetevő viszont az eredetinek az ellentettjévé válik. A rajzon megjelölt két derékszögű háromszög befogói páronként azonos hosszúságúak, ezért a két háromszög egybevágó. Emiatt a két megjelölt hegyesszög is azonos nagyságú, ezért az α szögben elhajított test sebessége visszaérkezéskor $-\alpha$ szöget zár be az X tengellyel. Az egybevágóság miatt az átfogók is ugyanakkorák, azaz a kezdősebesség és a visszaérkezés sebességének nagysága ugyanakkora:

$$v_v = v_0.$$

A *hajítás magassága* a kiindulási szint és a pálya tetőpontja közti h szintkülönbség. A test emelkedése addig tart, amíg a sebesség függőleges összetevője 0 nem lesz. Ha az emelkedés időtartamát t_e jelöli, akkor a (7) alapján:

$$0 = v_0 \cdot \sin \alpha + g \cdot t_e .$$

Ebből az *emelkedés időtartama*:

$$t_e = -\frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} .$$

Ezt az (8) egyenletbe helyettesítve:

$$h = -v_0 \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \cdot \sin \alpha + \frac{g}{2} \cdot \left(-\frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \right)^2 = -\frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{g} + \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} = -\frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} .$$

Eszerint a *hajítás magassága*:

$$h = -\frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} .$$

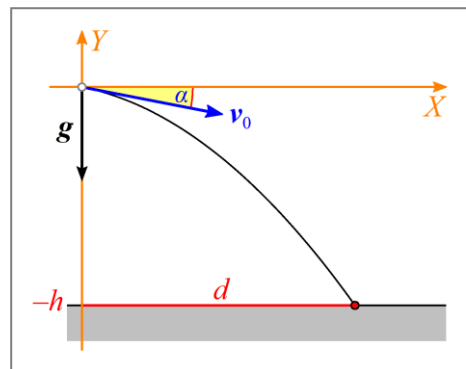
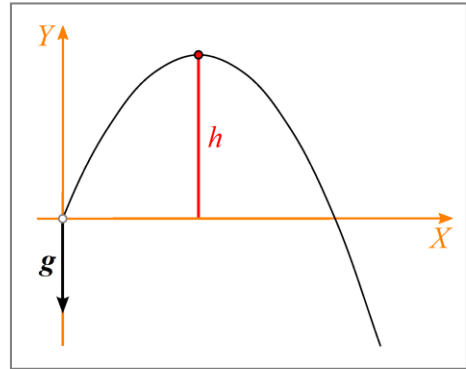
Megjegyzés: Az előző gondolatmenetben az α szögre semmiféle feltétel sem szerepel, ezért a hajítás magasságára kapott fenti összefüggés a *felfelé történő függőleges hajításra* is érvényes ($\alpha = 90^\circ$).

Ferde hajítás lefelé

Ha $-90^\circ < \alpha < 0^\circ$, akkor a test mindaddig süllyed, amíg el nem éri a talajt (vagy bele nem ütközik valamibe). Emiatt a test folyamatosan a kiindulási szint alatt halad, azaz az Y koordinátája negatív.

Ha a test a vízszintes talaj feletti pontból indul, akkor a *hajítás távolsága* az a d távolság, amelyet a test vízszintesen megtesz a talajra érkezésig. Ha az indulási hely h magasságban van a talaj felett, akkor a talajra érkezéskor $y = -h$, így az (9) alapján:

$$-h = d \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot d^2 .$$



Ennek a másodfokú egyenletnek a megoldásai:

$$d_{1,2} = -\frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{g} \cdot \left(v_0 \cdot \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha - 2 \cdot g \cdot h} \right).$$

Mivel a d távolság nem lehet negatív, így a *hajítás távolsága*:

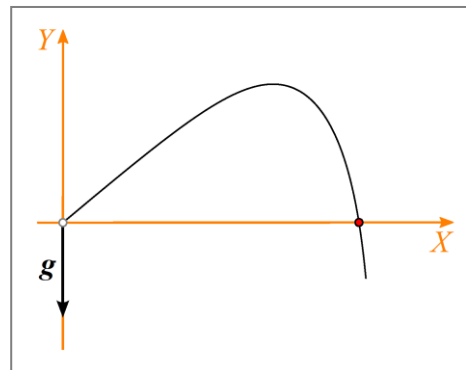
$$d = -\frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{g} \cdot \left(v_0 \cdot \sin \alpha - \sqrt{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha + 2 \cdot g \cdot h} \right).$$

Megjegyzés: Az előző gondolatmenetben az α szög nagyságára vonatkozóan semmiféle feltételt nem használtunk fel, ezért a fenti összefüggés a *felfelé történő ferde hajításra* ($90^\circ > \alpha > 0$) és a *vízszintes hajításra* ($\alpha = 0$) is érvényes.

A közegellenállás és egyéb tényezők szerepe

Mivel a gyakorlatban az elhajított (kilőtt) test nem pontszerű, így további tényezők is befolyásolják a mozgást. Ezek közül a legjelentősebb a közegellenállás (légellenállás).

A nyugvó levegő a mozgás során folyamatosan fékezi a testet, ezért a gyorsulás, a sebesség és az elmozdulás is kisebb a fenti képletek alapján (a közegellenállás elhanyagolásával) kiszámított értéknél. Ennek a következménye az is, hogy vízszintes vagy ferde hajításnál a pálya nem parabola, hanem *ballisztikus görbe*. A szél hatása ugyancsak közegellenállásnak tekinthető, amely a széliránytól függően fékezheti, gyorsíthatja vagy oldalra is eltérítheti a testet.



A test alakja a közegellenállás miatt befolyásolja az elhajított test mozgását. Például a *bumeráng* és a *frizbi* nem parabolapályán mozog, de a lövedékek röppályájának kiszámítása során is figyelembe kell venni a lövedék alakját.



A *siugrás* közben a sportoló a testtartásának (és így saját alakjának) megváltoztatásával szintén jelentősen módosíthatja a pályát és ezzel növelheti a „hajítás” távolságát.



A forgó testek gázokban vagy folyadékban történő mozgását a Magnus-effektus is befolyásolja. Ha például egy labdát úgy rúgnak, dobnak vagy ütnek el, hogy a labda forog, akkor az így „megcsavart” labda pályája többnyire nem síkmozgás, és jelentősen eltérhet a parabolapályától. Ugyancsak erre vezethető vissza, hogy a huzagolt csövű lőfegyverekből kilőtt lövedékek forgó mozgásuk miatt oldalirányba eltérnek („oldalágás”). Mindezt a pontos célzáskor-irányzáskor figyelembe kell venni.

Nagy magasságokba történő hajításkor számolni kell azzal is, hogy a nehézségi gyorsulás a Föld középpontjától távolodva egyre kisebb lesz. Mindez befolyásolja a test mozgását, illetve a pálya alakját is. Nagy távolságra történő hajításkor számolni kell a Föld görbületével is.

Más égitesteken a nehézségi gyorsulás többnyire eltér a Földön mért értéktől, így ott az elhajított testek a földitől eltérő pályán mozognak. Például a meteorbecsapódások vagy vulkánkitörések következtében kidobott törmelék magasabbra és messzebbre repülhet egy olyan égitesten, ahol a nehézségi gyorsulás a földi értéknél kisebb. A meteorbecsapódásból származó törmelék így például a Marsról akár a Földre is eljuthat. (A képen a Jupiter Ió nevű holdja és a Tvashtar vulkán látható.)




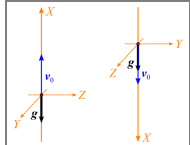
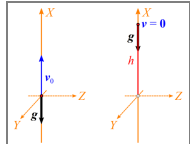

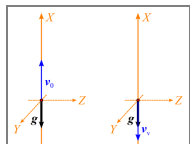
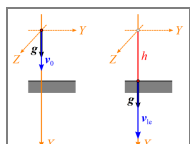
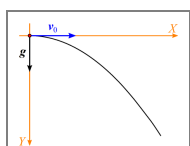
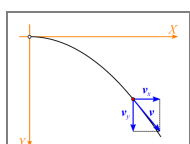
Kiegészítés

1. Esetenként a függőleges hajítás leírásához másfajta koordináta-rendszert is használnak. Természetesen ilyen koordináta-rendszer használatakor a most megismert képletek többnyire nem érvényesek. Egy-egy hajításra vonatkozó összefüggés alkalmazása előtt tehát meg kell nézni, hogy milyen koordináta-rendszerre vonatkoznak.
2. Függőlegesen felfelé történő hajításnál, illetve felfelé történő ferde hajításnál a visszaérkezési idő éppen kétszerese az emelkedési időnek, azaz:

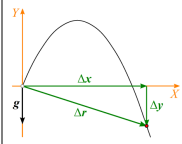
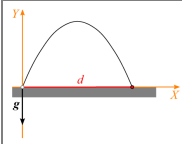
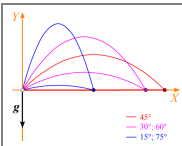
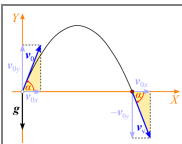
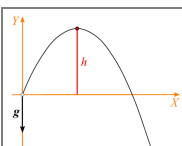
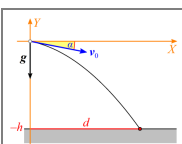
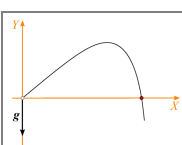


$$t_v = 2 \cdot t_e,$$

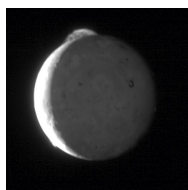
Ez csak úgy lehetséges, hogy a test ugyanannyi ideig emelkedik, mint amennyi ideig a pálya legmagasabb pontjáról visszaér a kiindulási szintre.

Képek jegyzéke

| | |
|---|--|
|  | <p>A szökőkutak vízcseppjeinek mozgása hajítás W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Belvedere_szokokut_3.jpg</p> |
|  | <p>A függőleges hajításnál használt koordináta-rendszerek © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0089.svg</p> |
|  | <p>Az emelkedés magassága függőleges hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0090.svg</p> |
|  | <p>Függőleges hajítás szökőkútánál W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Belvedere_szokokut_4.jpg</p> |
|  | <p>A visszaérkezés sebessége függőleges hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0091.svg</p> |
|  | <p>A leérkezés sebessége függőleges hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0092.svg</p> |
|  | <p>A vízszintes hajításnál használt koordináta-rendszer © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0093.svg</p> |
|  | <p>A test sebessége vízszintes hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0094.svg</p> |

| | |
|---|--|
|  | <p>Az elmozdulás vízszintes hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0095.svg</p> |
|  | <p>A pálya vízszintes hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0096.svg</p> |
|  | <p>Vízszintes hajítás szökőkútnál W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Belvedere_szokokut_5.jpg</p> |
|  | <p>A hajítás távolsága vízszintes hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0097.svg</p> |
|  | <p>A ferde hajításnál használt koordináta-rendszer © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/00908.svg</p> |
|  | <p>A kezdősebesség vízszintes és függőleges összetevője ferde hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0099.svg</p> |
|  | <p>Az elmozdulás ferde hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0100.svg</p> |
|  | <p>A pálya ferde hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0101.svg</p> |
|  | <p>A ferde hajítás ábrázolása egy 1547-ből származó színezett fametszetben W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fotothek_df_tg_0000116_Ballistik_%5E_Kanone.jpg</p> |

| | |
|---|---|
|  | <p>A kiindulási szint alatt lévő test elmozdulása ferde hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0102.svg</p> |
|  | <p>A hajítás távolsága ferde hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0103.svg</p> |
|  | <p>A ferde hajítás azonos nagyságú, eltérő irányú kezdősebességekkel © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0104.svg</p> |
|  | <p>A visszaérkezés sebessége ferde hajításnál © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0105.svg</p> |
|  | <p>A ferde hajítás magassága © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0106.svg</p> |
|  | <p>A hajítás távolsága ferde hajításnál, a talajszint feletti induláskor © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0107.svg</p> |
|  | <p>Ballisztikus görbe © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0108.svg</p> |
|  | <p>Bumeráng W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bumerang_fcm.jpg</p> |
|  | <p>Síugró W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FIS_Ski_Weltcup_Titisee-Neustadt_2016_-_Daniel_Andre_Tande2.jpg</p> |



A Tvashtar vulkán kitörése a Jupiter Ió nevű holdján

W <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tvashtarvideo.gif>

Jelmagyarázat:

© **Jogvéde**tt anyag, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A *Wikimedia Commons*-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.

| | | | | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------|--|
| | Tartalom | Fogalmak | Törvények | Képletek | Lexikon | |
|--|--------------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------|--|